

Fakultet kemijskog inženjerstva i tehnologije  
Zavod za matematiku

---

MATEMATIKA 2  
Ispit

7. srpnja 2014.  
**1. dio**

Ime i prezime:

Smjer:

Matični broj:

**Napomena:**

Ispit se sastoji od dva dijela koja se pišu po 55 minuta. Od pomagala su dopušteni šestar, kutomjer i ravnalo. Strogo će se sankcionirati svaka uporaba mobilnih uređaja tijekom ispita.

1	2	3	4	5	ukupno

1. (i) Što znači da je  $\int f(x)dx = F(x) + C$ ?  
Objasnite riječima i formulom. (2 boda)

- (ii) Je li  $F(x) = x^3 e^{x^2}$  primitivna funkcija funkcije  
 $f(x) = (2x^4 + 2x^2)e^{x^2}$ ? Obrazložite! (4 boda)

- (iii) Odredite  $\int \frac{\arctan x}{2x^2+2} dx$  i provjerite rezultat. (4 boda)

2. (i) Geometrijski interpretirajte značenje  $\int_{-2}^3 (-x^2 + x + 2) dx$ . (4 boda)

(ii) Procijenite integral iz (i) preciznim crtanjem. (4 boda)

(iii) Izračunajte integral iz (i). (2 boda)

3. (i) Napišite formule za linearnu aproksimaciju funkcije dviju varijabli  $f$  oko  $(x_0, y_0)$ . (2 boda)

(ii) Primijenite formule iz (i) na funkciju  $f(x, y) = \sqrt{x \cdot \sqrt{y}}$  oko  $(x_0, y_0) = (3, 9)$ . (4 boda)

(iii) Napišite formule za prirast i približni prirast funkcije dviju varijabli ako se  $x$  promijeni za  $\Delta x$ , a  $y$  za  $\Delta y$ . Primijenite te formule na (ii). Posebno za  $\Delta x = -0.03$  i  $\Delta y = 0.02$ . (4 boda)

4. (i) Predočite crtežom i opišite geometrijsko značenje integrala  $\iint_D f(x, y) dx dy$  za pozitivnu funkciju  $f$  i područje ravnine  $D$ . (2 boda)

(ii) Problem iz (i) opišite ako je  $f(x, y) = 1$  i ako je  $D$  područje omeđeno krivuljom  $y = -x^2 + 2x + 3$  te pravcima  $y = -x + 3$ ,  $x = 0$  i  $x = 3$ . Slika! (4 boda)

(iii) Izračunajte integral iz (ii). (4 boda)

5. (i) Zapišite opću linearnu diferencijalnu jednadžbu prvog reda i objasnite kako se rješava. (3 boda)

- (ii) Objasnite koje od sljedećih diferencijalnih jednadžbi jesu linearne prvog reda, a koje nisu:

$$(a) xyy' = 2 \quad (b) 3xy' + y^2 = 4x \cos x$$

$$(c) 2xy + y' = 2y \quad (d) y' \ln x + 3 = y.$$

Za linearne objasnite jesu li homogene ili nehomogene. (3 boda)

- (iii) Zapišite, objasnite i riješite Cauchyev problem titranja po pravcu. Predočite geometrijski! (4 boda)

Fakultet kemijskog inženjerstva i tehnologije  
Zavod za matematiku

---

MATEMATIKA 2

Ispit

7. srpnja 2014.

**2. dio**

Ime i prezime:

Smjer:

Matični broj:

**Napomena:**

Ispit se sastoji od dva dijela koja se pišu po 55 minuta. Od pomagala su dopušteni šestar, kutomjer i ravnalo. Strogo će se sankcionirati svaka uporaba mobilnih uređaja tijekom ispita.

1	2	3	4	5	ukupno

1. Riješite integrale:

(i)  $\int \frac{1}{\cot x} dx$ , (4 boda)

(ii)  $\int_0^{e-1} \ln(1+x) dx$ . (6 bodova)

2. (i) Napišite određeni integral koji odgovara volumenu tijela omeđenog ravninom

$$\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1$$

i koordinatnim ravninama. (5 bodova)

- (ii) Riješite integral iz (i). (5 bodova)

3. (i) Geometrijski interpretirajte integral

$$\int_0^5 dy \int_{-\sqrt{25-y^2}}^{5-y} dx.$$

(3 boda)

(ii) Zapišite taj integral u polarnim koordinatama. (3 boda)

(iii) Izračunajte taj integral. (Možete koristiti zapis u pravokutnim ili polarnim koordinatama.) (4 boda)

4. (i) Nađite diferencijalnu jednađbu familije krivulja

$$y = x^2 + Cx.$$

(5 bodova)

(ii) Skicirajte tu familiju krivulja. (5 bodova)

5. (i) Odredite opće rješenje diferencijalne jednačbe

$$x^2 y' = (x - y)y.$$

(7 bodova)

- (ii) Riješite Cauchyjev problem

$$x^2 y' = (x - y)y, \quad y(1) = \frac{1}{\ln 5}.$$

(3 boda)